

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)**

**Dott. Giovanni Masala – 11 giugno 2014**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\log(x^2 + 4)}{\sqrt{x^2 - 7x + 6}}$$

Dominio	$E = (-\infty, 1) \cup (6, +\infty)$
Positività	$P = E$
Intersezioni	$A(0; \log 4 / \sqrt{6})$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x^2 \cdot e^{1-x^2}$

Derivata prima	$f' = -2x \cdot (x^2 - 1) \cdot e^{1-x^2} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(\pm 1; 1) \quad m(0; 0) \quad \text{cresce in } (-\infty, -1) \cup (0, 1)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 6}$

Derivata prima	$f' = \frac{2x}{(x^2 + 3)^2} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{6(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^3}$
Insieme di convessità Flessi	$F(\pm 1; 1/4) \quad \text{convessa in } (-1, 1)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{8x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 4x - 2}{3x \cdot (x^2 - 16)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{0, -4, 4\}$
As. verticali	$x = 0, x = -4, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = \frac{8}{3}x - 2$

**Domande teoriche**

**1) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 3)**

**2) Derivata di funzioni composte con esempi (punti 3)**

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_1^3 \frac{2x+3}{4x+5} dx \quad \text{e} \quad \int 2x^5 \cdot \log x \, dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{8}(4x+5+\log(4x+5))$ $\frac{1}{8}\left(8+\log\frac{17}{9}\right) \approx 1,0795$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{18}x^6 + \frac{1}{3}x^6 \cdot \log x + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x + k \cdot y - z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 5 \\ 2x + y + k \cdot z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq 1/3; 3$ : sol. unica $k = 1/3$ : incompatibile $k = 3$ : incompatibile
Soluzioni	$\left( x = \frac{5(k^2 - 2k + 3)}{3k^2 - 10k + 3}; y = \frac{4k - 27}{3k^2 - 10k + 3}; z = \frac{-7k + 6}{3k^2 - 10k + 3} \right)$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 6x \cdot y + 4y^2 - 4x + 2y + 1$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = x + 2y = 4$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x - 6y - 4 \quad f_y = -6x + 8y + 2$
Estremi liberi	$S(-1; -1) \quad z = 2 \quad H = -20$
Estremi vincolati	$m(5/2; 3/4) \quad \lambda = -7/2 \quad z = -41/4$ $H = -40$

**Domande teoriche.**

- 3) Le conseguenze del teorema di Barrow-Torricelli (punti 4, 4\*)
- 4) Punti stazionari per una funzione a due variabili (punti 3\*)
- 5) Il rango di una matrice (punti 3\*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.  
Punteggi II parte contrassegnati con \*.